Télédétection, 2003, vol. 3, n° 1, p. 17–31
Droit de photocopie soumis à l'autorisation

© 2003 CONTEMPORARY PUBLISHING INTERNATIONAL
Publié sous l'enseigne *Éditions scientifiques GB*
Imprimé en France

APPLICATION À L'ANALYSE MULTIRÉSOLUTION ET DES MÉTHODES FLOUES POUR LA FUSION ET LA CLASSIFICATION DES IMAGES SATELLITAIRES

NADIA OUARAB*[1], MOUNIR ACHIR, NASSIM KHETTAL, KAHINA GOUMIRI et YOUCEF SMARA[2]

Laboratoire de Traitement d'Images et Rayonnement
Faculté d'Électronique et d'Informatique
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene
B.P. 32 El-Alia Bab-Ezzouar 16111, Alger, Algérie
Téléphone : 213 21 24 79 50 ; télécopieur : 213 21 24 71 87
Courriel [(1,2)] : n.ouarab@mailcity.com ; y.smara@mailcity.com

(soumis le 22 janvier 2002 ; révisé le 21 mai 2002 ; accepté le 12 septembre 2002)

Les techniques de télédétection connaissent une évolution permanente mettant en œuvre des technologies et des méthodes qui se diversifient à mesure que les données recueillies s'accroissent. Ceci est dû au grand nombre de satellites opérationnels et à la diversité des capteurs montés à leur bord. Dans le but d'exploiter au maximum ces données, il est apparu nécessaire de fusionner les images issues des différents capteurs pour avoir un meilleur contenu en information afin d'améliorer l'interprétation thématique de ces images. La plupart des satellites d'observation de la Terre fournissent des images à haute résolution spatiale et des images de moins bonne résolution spatiale (cas du capteur HRV de SPOT : canal panchromatique à 10 m et trois canaux à 20 m). L'objectif principal de cet article concerne l'amélioration de la résolution spatiale des images HRV (XS) de SPOT en utilisant l'image à haute résolution. Cette étude est réalisée par une méthode utilisant la transformée en ondelettes et l'analyse multirésolution où le problème de la modélisation de l'information est abordé. Pour cela, deux algorithmes ont été utilisés : l'algorithme de Mallat et l'algorithme à trous de Dutilleux. L'algorithme de Mallat utilise plusieurs ondelettes (bases d'ondelettes orthonormales ou biorthogonales) où l'image est décomposée en quatre sous-images : une image de contexte et trois autres contenant les détails en fonction des directions horizontale, verticale et diagonale. L'algorithme à trous, lui, applique un filtre isotrope, où aucune direction n'est privilégiée et n'applique pas de décimation de l'image. Les différentes images synthétisées sont évaluées à l'aide d'une étude quantitative basée sur des tests statistiques. Les outils statistiques sont utilisés pour l'évaluation des résultats obtenus sur une image. Un paramètre RASE (*Relative Average Spectral Error*) au sens des moindres carrés RMSE (*Root Mean Square Error*) permet d'avoir une comparaison globale entre les deux méthodes et pour toutes les images multibandes. Une classification automatique est opérée sur cet ensemble d'images HRV (XS) synthétisées obtenues. Une méthode basée sur une approche floue FCM (*Fuzzy C-Means*) est étudiée et mise en œuvre pour une meilleure classification sur le plan thématique.

Mots-clefs : Transformation en ondelettes ; analyse multirésolution ; fusion d'images ; classification automatique ; logique floue.

APPLICATION OF MULTIRESOLUTION ANALYSIS AND FUZZY METHODS FOR FUSION AND CLASSIFICATION OF SATELLITE IMAGES

The remote sensing techniques knows a permanent evolution carrying out technologies and methods that diversifies as the data increases. It is due to a large number of operational satellites and to the diversity of available sensors. The goal is to maximise these data, it appeared necessary to merge the images of the different sensors in order to have a better content in information and to improve the thematic interpretation of these images. Most satellites of Earth observation provide images with high spatial resolution and images of less good spatial resolution (case of the HRV sensor of SPOT satellite : panchromatic channel at 10 m and three spectral channels at 20 m). The main objective of this article concerns the improvement of the spatial resolution of the HRV images (XS) of SPOT satellite using the high resolution image. This study is achieved by a wavelets transform method and a multiresolution analysis. For the wavelets transform, two algorithms have been used : the Mallat algorithm and the «a trous» algorithm of Dutilleux. The Mallat algorithm uses several wavelets (orthonormal or biorthogonal wavelets basis) where the image is decomposed into four sub-images : a context image and three others containing details according to horizontal, vertical and diagonal directions. The « à trous » algorithm applies an isotropic filter, where no direction is privileged and does not apply decimation of the picture. The different synthesised pictures are valued with the help of a quantitative survey based on the statistical tests. The statistical tools are used for the assessment of results. A parameter RASE (*Relative Average Spectral Error*) in the sense of the least MSE (*Mean Square Error*) allows to have a global comparison between the two methods and for all multiband images. An automatic classification is operated on this obtaining a set of HRV synthesised images (XS). A method based on a fuzzy approach FCM (Fuzzy C-Means) is studied and carried out for a better classification on the thematic plan.

Keywords : Wavelet transform ; multiresolution analysis ; data fusion ; classification ; fuzzy concepts.

* Correspondant principal

1. INTRODUCTION

Afin d'utiliser au mieux les images de télédétection, l'utilisateur fait appel de plus en plus à la fusion d'images issues de différents capteurs. On distingue principalement deux approches de la fusion de données : l'approche « bas niveau » par laquelle on cherche à opérer une fusion au niveau de la plus petite unité de l'image qui est le pixel et l'approche « haut niveau » par laquelle on peut extraire des images des primitives, des objets linéiques, surfaciques et autres qui seront fusionnés, par exemple, à l'aide de techniques d'intelligence artificielle (Bloch and Maitre, 1994 ; Wald, 1999 ; Pohl and Genderen, 1998). Dans cet article, nous développons l'approche « bas niveau » : la fusion d'images panchromatique (P) de résolution spatiale de 10 m et multibande (XS) de résolution spatiale de 20 m issues du capteur HRV de SPOT. Dans diverses applications, l'avantage d'obtenir des images multibandes avec une haute résolution spatiale a été démontré, particulièrement pour les structures géologiques et les études urbaines, d'où l'intérêt de combiner les images à haute résolution spatiale et celles à haute résolution spectrale dans le but d'obtenir une description plus complète et plus précise de la zone observée. Le but de cette étude est d'obtenir des images à haute résolution spatiale de 10 m à partir des techniques multirésolution en utilisant les images HRV (XS) et HRV (P). Ces méthodes ont pour but de construire une image synthétique multibande avec la plus haute résolution spatiale disponible dans l'ensemble de données (ex. : trois bandes XS à 10 m dans le cas de l'imagerie HRV).

Dans la littérature, trois méthodes sont généralement utilisées : la transformée de Brovey, la méthode IHS (*Intensity, Hue, Saturation*) et la méthode ACP (analyse en composantes principales) (Pohl and Genderen, 1998).

Il existe d'autres méthodes qui comprennent des combinaisons mathématiques entre les différents canaux d'images, telles que l'addition, la soustraction, la multiplication, la division, ainsi que la combinaison de ces opérations. Pour la synthèse des images de haute résolution spatiale, nous avons utilisé deux algorithmes : l'algorithme de Mallat et l'algorithme à trous de Dutilleux. L'algorithme de Mallat utilise plusieurs ondelettes (bases d'ondelettes orthonormale ou biorthogonale) où l'image est décomposée en quatre sous-images : une image de contexte et trois autres contenant les détails selon les directions horizontale, verticale et diagonale. L'algorithme à trous applique un filtre isotrope où aucune direction n'est privilégiée et n'applique pas de décimation de l'image. Les différentes images synthétisées sont évaluées à l'aide d'une étude quantitative basée sur des tests statistiques. Un paramètre RASE (*Relative Average Spectral Error*) au sens des moindres carrés RMSE (*Root Mean Square Error*) permet d'avoir une comparaison globale entre les deux méthodes et pour toutes les images multibandes. Par la suite, une classification automatique est opérée sur cet ensemble d'images HRV (XS) synthétisées obtenues pour les deux algorithmes développés et selon les différents modèles. Une méthode basée sur une approche floue FCM (*Fuzzy C-Means*) est étudiée et mise en œuvre pour une meilleure classification sur le plan thématique. Les principes de la logique floue l'ont rendu préférable à d'autres méthodes de classification d'images. En effet, son utilité est établie par le fait qu'elle peut prendre en considération les pixels appartenant à différentes classes en les combinant par la logique floue pour obtenir les degrés d'appartenance de chaque pixel à chaque classe. Les règles liant les entrées aux sorties sont ensuite appliquées. Dans notre cas, la règle floue choisie est la technique du maximum d'appartenance. Ensuite, on procède à la classification qui consiste à appliquer la règle floue qui assigne à chaque pixel l'étiquette de la classe dans laquelle il a le plus grand degré d'appartenance (figure 1).

2. DESCRIPTION DU SITE D'ÉTUDE ET IMAGES UTILISÉES

La zone d'étude est située à l'est d'Alger. Elle comprend des grands ensembles d'habitations, l'Université de Bab-Ezzouar, un site industriel et des sols nus. Ce choix a été fait intentionnellement pour pouvoir mieux évaluer nos images de résultats, car l'amélioration de la résolution devrait nous permettre une meilleure perception des différents objets contenus dans les images.

On a utilisé des images issues de deux scènes acquises le 1er avril 1997 par les capteurs HRV2 et HRV1 (respectivement pour la bande Panchromatique et les bandes XS) du satellite SPOT (tableau 1). Pour l'application des différentes méthodes développées, les images respectent les conditions suivantes :

– les images à fusionner sont de la même zone et sont superposables après correction,

– l'écart temporel entre les images est nul,

– des similitudes existent entre les structures observées dans les différentes bandes spectrales.

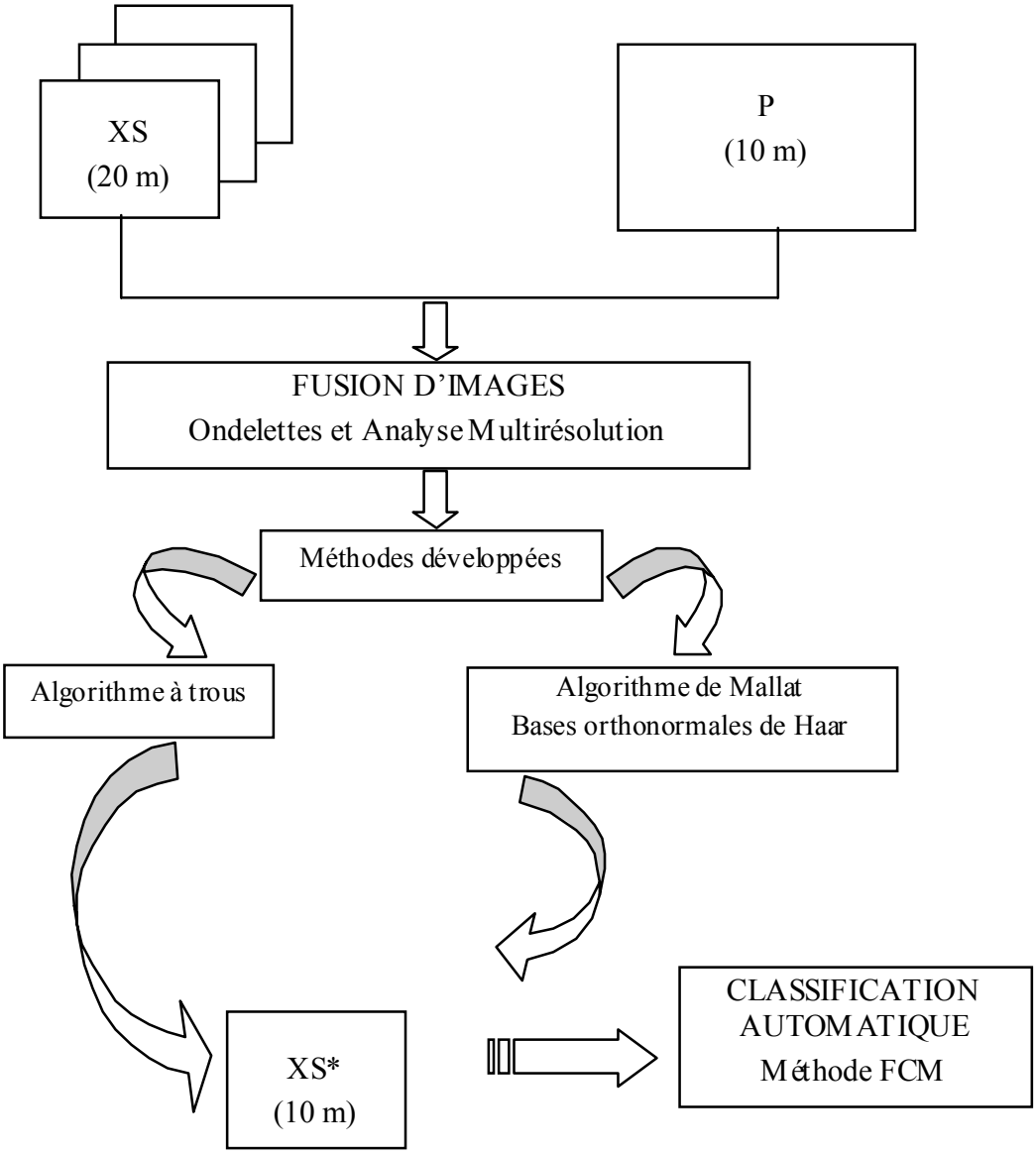


FIGURE 1 Schéma synoptique de la méthodologie adoptée. *Synoptic scheme of the adopted methodology.*

TABLEAU 1 Luminance moyenne, écart type, variance et entropie des images originales HRV de la région d'Alger. *Mean radiance, standard deviation, variance and entropy of original HRV images of the Algers region.*

	Panchromatique 256 × 256	XS1 128 × 128	XS2 128 × 128	XS3 128 × 128
Moyenne	95,422	107,481	70,099	96,508
Écart type	23,331	20,691	15,172	15,093
Variance	544,328	428,128	230,201	227,785
Entropie	6,503	6,321	5,909	5,895

3. TRANSFORMÉE EN ONDELETTES

L'analyse en ondelettes consiste à étudier le signal en fonction des différentes résolutions. Pour cela, on définit une fonction, l'ondelette mère, qui est ondulante et localisée. C'est avec les ondelettes crées à partir de cette fonction par translation et changement d'échelle que le signal est analysé (Rockinger and Benz, 1996).
La base d'ondelette est produite par :

$$\Psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \Psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (1)$$

où a et b sont les pas de dilatation et translation avec a > 0,b ∈ ℜ.

3.1. Transformée en ondelettes continue

La transformée en ondelettes continue peut être calculée par l'équation suivante :

$$WTf(a,b) = \left(f, \Psi(a,b)\right) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \overline{\Psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} dx \quad (2)$$

où $\overline{\Psi\left(\frac{x-b}{a}\right)}$ est le complexe conjugué de ψ, qui est la transformée de Fourrier.

Le signal décomposé *f(x)* est reconstruit à partir de ses coefficients et les fonctions d'ondelettes utilisées (Truchetet, 1998 ; Meyer, 1992). Cette reconstruction s'effectue par :

$$f(x) = \frac{1}{C_\Psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} WTf(a,b)\ \Psi_{a,b}(x)\ \frac{da\ db}{a^2} \quad (3)$$

où :

$C_\Psi = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega$ est la condition d'admissibilité de l'ondelette mère.

3.2. Transformée en ondelettes discrète

La transformée en ondelettes peut être discrétisée sans perte d'informations. Daubechies (1992) a proposé de prendre $a = a_0^m$ et $b = n\, b_0 a_0^m$ avec a_0, $b_0 \in \Re_+^*$ et $m,\ n \in$ Z. Elle a montré que la base obtenue $(\psi_{m,n})_{m,n}$ permet de représenter complètement le signal (Ranchin, 1993 ; Bouchereau, 1997). La transformée en ondelettes discrète peut être calculée par :

$$C_{m,n}(f(x)) = WTf(a^m, n b_0 a_0^m)$$

$$= a_0^{-\frac{m}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\ \overline{\Psi}_{m,n}(x)\ dx \quad (4)$$

où $C_{m,n}$ sont les coefficients d'ondelettes.

La reconstitution d'une fonction *f(x)* à partir des coefficients d'ondelettes s'écrit :

$$f(x) = \sum_m \sum_n C_{m,n}(f(x))\ \Psi_{m,n}(x) \quad (5)$$

Si $a_0 = 2$ *et* $b_0 = 1$, on parlera de transformée d'ondelettes discrète dyadique.

4. ANALYSE MULTIRÉSOLUTION

4.1. Définition

L'analyse multirésolution a été introduite par Mallat (1989), Wald (1999) et Ranchin (1993). Cet outil mathématique permet de calculer des approximations successives d'une fonction à des résolutions spatiales de plus en plus grossières. L'approximation d'une fonction est sa projection sur une base analogue à celle des ondelettes mais régie par une fonction d'échelle Φ vérifiant l'équation suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x)\ dx = 1 = \hat{\Phi}(0) \quad (6)$$

où $\hat{\Phi}$ est la transformée de Fourier de la fonction Φet la famille [Φ $(x-k)$], k ∈ Z forme une base orthonormée.
On définit les bases de fonctions d'échelle de manière similaire :

$$\Phi_{j,k}(x) = 2^{-\frac{j}{2}} \Phi(2^{-j}x - k) \quad (7)$$

avec $j,\ k \in$ Z.
Les coefficients d_j^k et c_j^k de l'approximation successive de la fonction *f(x)* sont définis comme :

$$d_j^k\left(f(x)\right) = \left(f(x), \Phi_{j,k}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\ \Phi_{j,k}(x)\, dx \quad (8)$$

$$c_j^k\left(f(x)\right) = \left(f(x), \psi_{j,k}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\ \psi_{j,k}(x)\, dx$$

Connaissant les coefficients d'une fonction *f(x)*, sa fonction d'approximation à la résolution *j* est calculée par :

$$f_j(x) = \sum_k d_{j,k}\ \Phi_{j,k}(x) \quad (9)$$

4.2. Algorithme de l'analyse multirésolution

Le but de l'algorithme multirésolution est de calculer les coefficients de détails $d_{j,k}$, $k, j \in \mathrm{Z}$ ou d'ondelettes à partir des différentes approximations. Les coefficients c_j^k sont exprimés en fonction des coefficients c_k^{j-1} par :

$$c_k^j = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(2k-n)\ c_k^{j-1} \qquad (10)$$

avec : $\tilde{h}(n) = h(-n)$
où h est un filtre qui est donné par l'équation suivante :

$$h(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x)\ \Phi_{-1,n}(x)\ dx$$

Les coefficients d'ondelettes représentant la différence d'information entre ces deux approximations Mallat (1989) sont calculés par :

$$d_k^j = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(2k-n)\ c_k^{j-1} \qquad (11)$$

avec : $\tilde{g}(n) = g(-n)$.
Où g est un filtre qui est donné par l'équation suivante :

$$g(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(x)\ \Phi_{-1,n}(x)\ dx = (-1)^n h(1-n).$$

Les coefficients d_k^j représentent la différence d'information entre les approximations d'une fonction avec les coefficients c_k^j et c_k^{j-1}.
Connaissant d_k^j et c_k^j, les coefficients c_k^{j-1} peuvent être calculés de façon exacte par :

$$c_k^{j-1} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(k-2n)\ c_n^j + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(k-2n)\ d_n^j \qquad (12)$$

4.3. Algorithmes appliqués à l'image

Deux algorithmes de Mallat et à trous ont été développés. L'algorithme de Mallat est un algorithme où plusieurs bases d'ondelettes peuvent être appliquées (Truchetet, 1998). La base d'ondelettes choisie est orthonormale ou biorthogonale. L'algorithme à trous applique un filtre isotrope et ne fait pas de décimation de l'image.

4.3.1. Algorithme de Mallat

L'algorithme de Mallat n'est autre que l'extension à deux dimensions de l'algorithme de l'analyse multirésolution introduit par Mallat en 1989 (Ranchin, 1993).

a) Décomposition

Les équations de décomposition s'écrivent :

$$c_{k,l}^j = \sum_n \sum_m \tilde{h}(2k-n)\ \tilde{h}(2j-m)\ c_{n,m}^{j-1}$$

$$d_{k,l}^{H,j} = \sum_n \sum_m \tilde{h}(2k-n)\ \tilde{g}(2l-m)\ c_{n,m}^{j-1}$$

$$d_{k,l}^{V,j} = \sum_n \sum_m \tilde{g}(2k-n)\ \tilde{h}(2l-m)\ c_{n,m}^{j-1}$$

$$d_{k,l}^{D,j} = \sum_n \sum_m \tilde{g}(2k-n)\ \tilde{g}(2l-m)\ c_{n,m}^{j-1}$$

où :
$c_{k,l}^j$ est l'approximation à la résolution j,
$d_{k,l}^{Hj}$ est le coefficient des détails horizontaux,
$d_{k,l}^{Vj}$ est le coefficient des détails verticaux,
$d_{k,l}^{Dj}$ est le coefficient des détails diagonaux.

b) Reconstruction

L'algorithme de reconstruction s'écrit :

$$\begin{aligned} c_{k,l}^{j-1} = \sum_n \sum_m [& h(k-2n)\ h(l-2n)\ c_{n,m}^j \\ & + h(k-2n)\ g(l-2m)\ d_{n,m}^{H,j} \\ & + g(k-2n)\ h(l-2m)\ d_{n,m}^{V,j} \\ & + g(k-2n)\ g(l-2m)\ d_{n,m}^{D,j}]. \end{aligned}$$

où h et g sont respectivement les filtres de décomposition et reconstitution.

Si l'analyse multirésolution est orthonormale, elle fait appel aux ondelettes orthonormales pour définir la différence d'information existante entre deux approximations successives d'une image. Ces bases sont utilisées pour éviter la redondance dans les détails apportés pour passer d'une résolution à une résolution plus fine.

Une base d'ondelettes $(\psi_{m,n})_{m,n}$ est dite orthonormale si :

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{j,n}, \Psi_{i,k} \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_{j,n}(x) \Psi_{i,k}(x) dx \\ &= \delta(j-i)\delta(n-k) \end{aligned} \qquad (13)$$

L'espace des détails utilisés pour les bases orthonormales complète l'analyse multirésolution associée, ceci peut s'exprimer par la relation suivante :

$$\langle \Phi_{j,n}, \Psi_{j,l} \rangle = 0 \qquad (14)$$

Pour notre part, parmi les ondelettes existantes et développées, nous avons utilisé celle de Haar.

Ondelettes de Haar

La première ondelette a été proposée par Haar (1909). L'intérêt de cette base d'ondelettes est la

grande simplicité des filtres associés donc de l'algorithme de calcul.

a) Décomposition suivant la base de Haar

(le coefficient de rang 0 est souligné).

Les filtres (Truchetet, 1998) associés à la décomposition sont :

$$\tilde{h}(n)=\left[\frac{1}{\sqrt{2}},\underline{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right] \quad \tilde{g}(n)=\left[-\frac{1}{\sqrt{2}},\underline{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right]$$

b) Reconstruction suivant la base de Haar

Les filtres (Truchetet, 1998) associés à la reconstruction sont :

$$h(n)=\left[\underline{\frac{1}{\sqrt{2}}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \quad g(n)=\left[\underline{\frac{1}{\sqrt{2}}},-\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$$

4.3.2. Algorithme à trous

L'algorithme à trous est plus souple dans la mesure où les familles d'ondelettes ne sont ni orthogonales ni biorthogonales. Une seule image non directionnelle de coefficients d'ondelettes par résolution est produite. Cette image aura la même taille que l'image originale car on n'a pas à faire de décimation (Ranchin, 1993). Un filtre isotrope est utilisé. Il ne privilégie aucune direction et possède les coefficients suivants :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} \end{bmatrix}$$

5. FUSION DES IMAGES

L'analyse multirésolution et la transformée en ondelettes permettent de décrire les approximations successives d'une image à des résolutions différentes. De plus, elles permettent d'étudier l'évolution de l'information dans les images ainsi que la différence d'informations entre deux résolutions successives. Avec cette méthode, qui se base sur une approche pyramidale, nous pouvons préserver le contenu spectral des images XSi originales. La pyramide P décrit des approximations successives ainsi que l'évolution de l'information pour l'image du capteur panchromatique à partir de la résolution initiale qui est de 10 m. La pyramide XSi décrit des approximations successives ainsi que l'évolution de l'information pour l'image XSi à partir de la résolution initiale qui est de 20 m. Notre but est de synthétiser les images de coefficients d'ondelettes compris entre les résolutions 10 et 20 m, nécessaires à la reconstruction de l'image XSi-HR (haute résolution) à la résolution de 10 m, et ceci en utilisant les images de coefficients d'ondelettes de la pyramide P (Ranchin and Wald, 2000 ; Pohl and Genderen, 1998). Pour la synthèse de ces coefficients nous procédons de la manière suivante :

1 – on modélise la transformation des coefficients d'ondelettes P compris entre 20 et 40 m en coefficients d'ondelettes XSi à la même résolution ;

2 – on utilise ce même modèle pour transformer les coefficients d'ondelettes P compris entre 10 et 20 m en coefficients XSi à la même résolution ;

3 – on construit l'image XSi-HR à la résolution de 10 m, une fois les coefficients d'ondelettes synthétisés. Cet algorithme de production d'images XSi-HR (figure 2), fait appel à des ondelettes directionnelles. On a trois images de coefficients par résolution dans les directions : diagonale (D), horizontale (H) et verticale (V).

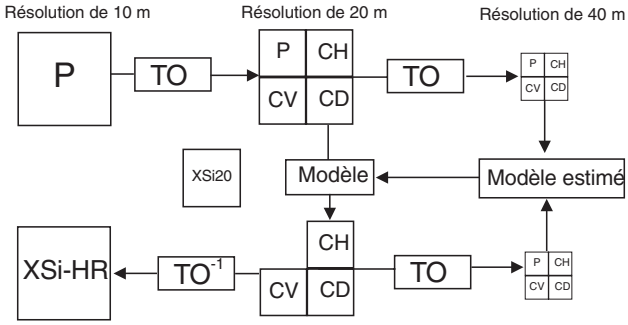


FIGURE 2 Algorithme de calcul des images XSi-HR *Calculation algorithm of the XSi-HR images.*

5.1. Modèles utilisés

Pour l'élaboration des coefficients d'ondelettes nécessaires à la synthèse de l'image haute résolution, on utilise des modèles qui prennent en compte les caractéristiques spectrales statistiques des images de ces coefficients. Quatre modèles sont proposés (Ranchin and Wald, 2000) et décrits ici.

5.1.1. Modèle 1

C'est le modèle le plus simple qui ne prend pas en compte les différences spectrales entre la bande panchromatique P et les bandes XS. Les coefficients d'ondelettes s'écrivent :

$$C^{Z}_{(XS)10-20} = C^{Z}_{(P)10-20} \qquad (15)$$

où Z = D, V, et H sont les directions diagonale, verticale et horizontale.

5.1.2. Modèle 2

Ce modèle est basé sur un ajustement des moyennes et des variances calculées entre 20 et 40 m. Les coefficients d'ondelettes s'écrivent :

$$C^Z_{(XS)10-20} = a^Z C^Z_{(P)10-20} + b^Z \qquad (16)$$

$$a^Z = \sqrt{\frac{\sigma^Z_{(XS)}}{\sigma^Z_{(P)}}}$$

$$b^Z = m^Z(Xs) - a^Z m^Z(P)$$

où σ et m sont respectivement les variances et les moyennes des images P et XS.

5.1.3. Modèle 2 hybride

Un modèle hybride (HRV-TM) du modèle 2 a été proposé par Garguet-Duport en 1996 (Ranchin and Wald, 2000). Ce modèle est basé sur la supposition que les images HRV (P) possèdent la même moyenne et la même variance que celles obtenues par TM. La modélisation des coefficients d'ondelettes est faite sur une fenêtre glissante de dimension (5 × 5).

5.1.4. Modèle 3

Le modèle 3 est basé sur l'équation (16) mais a^z et b^z sont calculés en utilisant un ajustement aux moindres carrés entre $C^Z_{XS20-40}$ et C^Z_{P20-40}.

5.2. Évaluation statistique

Les évaluations que nous avons effectuées concernent les images résultantes (Ouarab *et al.*, 2001) suivant les différentes ondelettes et différents modèles développés avec les algorithmes de Mallat et à trous. Cette méthode fournit des images multibandes de résolution de 10 m et, puisque les images réelles à cette résolution sont inexistantes, nous procédons de la manière suivante (figure 3) :

1 – sous échantillonner l'image panchromatique originale de (256 × 256) pixels à 20 m ;

2 – sous échantillonner l'image multibande originale de (128 × 128) pixels à 40 m ;

3 – synthétiser l'image multibande partant des deux images obtenues précédemment, c'est-à-dire P (20 m) et XS (40 m).

4 – comparer l'image XS synthétisée de résolution de 20 m avec l'image originale XS de même résolution.

Concernant l'évaluation statistique, plusieurs outils statistiques proposés par Ranchin et Wald (2000) ont été utilisés :

1 – le biais et sa valeur relativement à la moyenne de l'image originale représente la différence entre la moyenne de l'image synthétisée et de l'image originale, il est donné par :

$$Biais = moyenne\ (Xs^*) - moyenne\ (Xs) \qquad (17)$$

2 – la différence des variances et sa valeur relativement à la variance de l'image originale permet d'apprécier la quantité d'informations introduite ou perdue par rapport à l'image originale :

$$Différence\ des\ variances = Variance(XS^*) - Variance(XS) \qquad (18)$$

3 – le coefficient de corrélation entre l'image originale et l'image synthétisée est donné par :

$$Coefficient\ de\ corrélation = \frac{covariance(Xs, Xs^*)}{\sqrt{variance(Xs) * variance(Xs^*)}} \qquad (19)$$

4 – l'écart type de l'image de différence et sa valeur relativement à la valeur moyenne de l'image originale indique le niveau d'erreur pour chaque pixel :

$$Écart\ type = \sqrt{Variance(Xs^* - Xs)} \qquad (20)$$

5 – la différence des entropies entre image synthétisée et originale et sa valeur relativement à l'entropie de l'image originale ; comme la différence des variances, la différence des entropies traduit aussi une modification du contenu informationnel :

$$Différence\ des\ entropies = Entropie(XS^*) - Entropie(XS) \qquad (21)$$

$$Entropie = -\sum_{i=1}^{N} p_i Log_2(p_i)$$

où
N : Nombre de niveau de gris.
p_i: Probabilité du $i^{ème}$ niveau de gris.

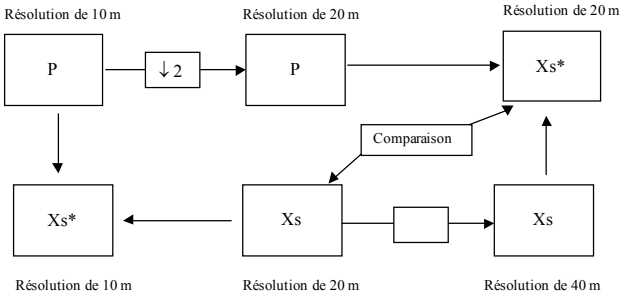


FIGURE 3 Schéma synoptique de la procédure de comparaison entre l'image originale et l'image synthétisée *Synoptic scheme of the comparison method between the original image and the synthesised image.*

6. RÉSULTATS ET COMMENTAIRES

Les algorithmes développés sont appliqués sur la région d'Alger où l'image panchromatique de résolution de 10 m est de taille 256×256 pixels et les images multibandes de résolution de 20 m sont de 128×128 pixels. Sur les tableaux 2 et 3, on fournit les quantités statistiques portant sur la différence, pixel à pixel, des images originales XS et des estimés XS* selon les différents modèles cités pour les deux algorithmes.

Rappelons que les images XS de 10 m n'existent pas, nous sommes dans l'obligation de reéchantillonner les images XS de 20 m en images XS de 40 m et l'image panchromatique de 10 m en 20m et de là synthétiser des images XS* de 20 m à partir des techniques que nous venons de présenter. Une comparaison est nécessaire entre les images originales XS de 20 m et synthétisées XS* de 20 m. L'évaluation des résultats obtenus repose sur deux aspects qui sont l'évaluation qualitative qui privilégie l'aspect visuel (figures 5 et 6, 8 et 9, 11 et 12) où trois images sont synthétisées selon les deux algorithmes proposés et l'évaluation statistique qui est basée sur le calcul de certains paramètres statistiques.

En effet, les résultats statistiques (tableaux 2 et 3) montrent bien que les images synthétisées par ces deux méthodes sont proches des images originales. La base de Haar fournit des résultats intéressants. Ceci est dû à la petite taille du filtre associé au calcul des détails. La comparaison des images des figures 5, 8 et 11 avec celles des figures 4, 7 et 10 montre bien que les images synthétisées sont proches des images originales. Le seul inconvénient est la présence de petites distorsions car cette base transmet mal les discontinuités ou les variations brusques (ex. : les frontières entre deux régions différentes), conséquence de la non régularité de l'ondelette de Haar (Ranchin, 1993). L'algorithme à trous présente aussi de bons résultats (comparaison des figures 6, 9 et 12 avec les figures 4, 7 et 10). Comme on peut le constater, le modèle 3 (ajustement aux moindres carrés) fournit presque dans tous les cas des résultats meilleurs. Afin d'avoir une comparaison globale entre les deux algorithmes développés et pour toutes les images multispectrales, nous pouvons calculer le paramètre RASE *(Relative Average Spectral Error)* donné par (tableau 4) :

$$RASE = \frac{100}{M}\left(\frac{1}{3}(RMSE(XS1) + RMSE(XS2) + RMSE(XS3)\right) \quad (22)$$

avec RMSE *(Root Mean Square Error)* :

$$RMSE(XSi) = \sqrt{Biais^2(XSi) + écart\ type^2(XSi)}$$

et

$$M = \frac{1}{3}\,[moyenne(XS1) + moyenne(XS2) + moyenne(XS3)]$$

Comme on peut le constater, le modèle 3 (ajustement par les moindres carrés) fournit presque dans tous les cas des résultats meilleurs.

7. CLASSIFICATION DES IMAGES SYNTHÉTISÉES PAR LA MÉTHODE FCM

La logique floue a été adoptée dans le traitement des images pour plusieurs raisons :

a – la diversité des images, d'une même scène, acquises avec des résolutions spatiales et spectrales différentes, ce qui permet de constituer un ensemble varié d'informations d'une image ;

b – la facilité avec laquelle elle gère les incertitudes dans l'image, les imprécisions dans le calcul ainsi que par les ambiguïtés dans l'interprétation finale ;

c – la logique floue introduit dans son raisonnement la connaissance humaine, puisque ce dernier est capable de donner un sens aux images malgré les incertitudes ;

d – les techniques floues sont des outils puissants pour la représentation et le traitement de l'image.

7.1. Méthode FCM (critère classique du flou)

La méthode FCM consiste à trouver l'appartenance exacte d'un pixel à une classe. Au départ, à chaque pixel est assignée une valeur qui représente son degré d'appartenance dans chaque classe. Ce degré varie entre 0 et 1 (Wang, 1990 ; Lebart *et al.*, 1979) : c'est la fuzzyfication. On applique la règle floue choisie ; cette règle gère la défuzzyfication du système en affectant chaque pixel à une seule classe, à savoir celle dont il a le plus grand degré d'appartenance. Le principe consiste à trouver une partition de l'image caractérisée par une matrice de partition U_{ij} qui reflète le degré d'appartenance d'un pixel x_j à une classe C_j.

Soit la matrice U_{ij} donnée par :

$$U_{ij} = \begin{bmatrix} P_{C_1}(x_1) & \cdots & P_{C_1}(x_n) \\ P_{C_2}(x_1) & \cdots & P_{C_2}(x_n) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ P_{C_n}(x_1) & \cdots & P_{C_n}(x_n) \end{bmatrix}$$

où $P_{Ci}(x_j)$ est le degré d'appartenance du pixel x_j à la classe C_i ;

avec la condition :

$$0 \le P_{C_i}(x_j) \le 1 \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^{n} P_{C_i}(x_j) = 1$$

Cette matrice interprète la fuzzyfication du système et fournit les données à l'étape suivante. Cette étape constitue l'établissement des règles qui serviront par la suite à la défuzzyfication de la matrice. Celle-ci consiste à trouver une partition stable de l'image en affectant chaque pixel dans une seule classe. Chaque pixel est caractérisé par son niveau de gris et le nombre de classes est choisi par l'opérateur.

Pour partitionner l'image, il faut minimiser le critère de la somme des distances intra-classes généralisé au cas flou et donné par la formule suivante :

$$J = \sum_{i=1}^{C} \sum_{j=1}^{N} \left(U_{ij}\right)^m d^2\left(x_j, C_i\right) \qquad (23)$$

sous la contrainte suivante :

$$\sum_{i=1}^{C} U_{ij} = 1 \qquad \forall j \in [0\ ,\ N]$$

où :

– $m \in]1, +\infty[$ est un paramètre qui caractérise le degré du flou,

– C représente le nombre de classes,

– N représente le nombre de pixels à classifier,

– C_i est le vecteur caractéristique du centre de gravité de la classe d'indice i,

– $d^2(x_j, C_i)$ caractérise la distance entre un pixel x_j et le centre de gravité de la classe C_i.

7.2. Algorithme de partitionnement (FCM)

L'algorithme de partitionnement suit les instructions suivantes :

1) initialisation des centres de gravités des classes prédéfinis (Lorette, 1999 ; Cannon *et al.*, 1986) ; dans notre cas, un maillage est effectué pour déterminer les centres des classes ; il consiste à partitionner l'image selon le nombre de classes choisies ;

2) fuzzyfication ; la fuzzyfication consiste en le calcul de la matrice de partition U_{ij} ; la matrice finale s'obtient après un nombre d'itérations qui détermine sa stabilité, c'est-à-dire que la configuration ne change plus. U_{ij} est donné par les équations suivantes :

si $I_j = \phi$

$$U_{ij} = \left[\sum_{k=1}^{C} \left(d^2\left(x_j, c_i\right) / d^2\left(x_j, c_k\right) \right)^{1/m-1} \right]^{-1} \qquad (24)$$

si $I_j \neq \phi$

$$U_{ij} = 0 \quad \text{pour } i \notin I_j \qquad (25)$$

$$U_{ij} = \frac{1}{\left|I_j\right|} \text{ pour } i \in I_j \qquad (26)$$

avec $I_j = \left\{ i / 1 \leq i \leq C,\ d^2\left(x_j, C_i\right) = 0 \right\}$

3) calcul des nouveaux centres multidimensionnels qui serviront à modéliser la matrice de partition dans une nouvelle itération ; l'équation de mise à jour des centres C_i est donnée par :

$$C_i = \frac{\sum_{j=1}^{N} \left(U_{ij}\right)^m * X_j}{\sum_{j=1}^{N} \left(U_{ij}\right)^m} \quad 1 \leq i \leq C \qquad (27)$$

où :

X_j est le niveau de gris de chaque pixel,

m est le degré de flou choisi,

N est le nombre de pixel dans chaque classe i.

4) règle de décision ; dans cette étape, on peut juger de la stabilité de la matrice de partition en utilisant les deux cas suivants :

$$\left\| U_{(n)} - U_{(n-1)} \right\| > \xi \qquad (28)$$

$$\left\| U_{(n)} - U_{(n-1)} \right\| \leq \xi \qquad (29)$$

tel que : $U_{(n-1)}$ représente la matrice précédente et ξ le seuil de convergence.

Dans le cas où :

– $\left\| U_{(n)} - U_{(n-1)} \right\| > \xi$: retour à l'étape de fuzzification pour la mise à jour de la matrice de partition par une nouvelle itération ; la comparaison se fait entre tous les pixels ; il suffit qu'il y ait un seul pixel qui ne satisfasse pas la comparaison pour décider de la non convergence et donc de l'instabilité de la partition ;

– $\left\| U_{(n)} - U_{(n-1)} \right\| \leq \xi$: la matrice converge, aller à l'étape suivante (de défuzzyfication).

5) défuzzyfication ; après la satisfaction de la condition de convergence, la défuzzyfication consiste à appliquer la règle floue choisie ; il s'agit de la technique du maximum d'appartenance ; on affecte chaque pixel à la classe pour laquelle il a le plus grand degré d'appartenance.

TABLEAU 2 Statistiques sur les différences entre XSi et XSi* (en luminance). Base de Haar. *Statistics of the XSi and XSi* differences, Haar basis.*

		Modèle 1	Modèle 2	Modèle 2 (fenêtre 5 × 5 glissante)	Modèle 3
Image XS1	Écart type des différences relativement à la moyenne vraie	13,663 12,712 %	14,695 13,672 %	13,753 12,796 %	12,185 11,337 %
	Variance XS*–variance vraie relativement à la variance estimée	133,177 31,107 %	172,299 40,245 %	132,711 30,998 %	75,499 17,635 %
	Biais relativement à la moyenne vraie	–0,611 –0,568 %	–0,747 –0,695 %	–0,747 –0,695 %	–0,740 –0,689 %
	Coefficient de corrélation	0,819	0,802	0,817	0,844
	Entropie XS*–entropie vraie relativement à l'entropie vraie	0,1902 3,008 %	0,2385 3,773 %	0,1981 3,134 %	0,1146 1,813 %
Image XS2	Écart type des différences relativement à la moyenne vraie	12,270 17,504 %	10,028 14,305 %	9,401 13,411 %	14,476 20,651 %
	Variance XS*–variance vraie relativement à la variance estimée	141,289 61,376 %	81,761 35,517 %	65,182 28,315 %	208,782 90,696 %
	Biais relativement à la moyenne vraie	–0,487 –0,695 %	–0,619 –0,883 %	–0,622 –0,887 %	–0,618 –0,881 %
	Coefficient de corrélation	0,773	0,826	0,840	0,724
	Entropie XS*–entropie vraie relativement à l'entropie vraie	0,3075 5,203 %	0,1887 3,193 %	0,1571 2,659 %	0,4235 7,167 %
Image XS3	Écart type des différences relativement à la moyenne vraie	14,085 14,595 %	12,329 12,775 %	12,646 13.104 %	9,070 9,398 %
	Variance XS*–variance vraie relativement à la variance estimée	143,104 62,824 %	94,526 41,498 %	102,278 44,901 %	21,576 9,472 %
	Biais relativement à la moyenne vraie	–0,387 –0,401 %	–0,515 –0,534 %	–0,518 –0,537 %	–0,518 –0,536 %
	Coefficient de corrélation	0,690	0,736	0,727	0,830
	Entropie XS*–entropie vraie relativement à l'entropie vraie	0,3763 6,383 %	0,2722 4,617 %	0,2788 4,728 %	0,0691 1,172 %

TABLEAU 3 Statistiques sur les différences entre XSi et XSi* (en luminance), algorithme à trous. *Statistics of the XSi and XSi* differences, « à trous » algorithm*.

		Modèle 1	Modèle 2	Modèle 2 (fenêtre 5 × 5 glissante)	Modèle 3
Image XS1	Écart type des différences relativement à la moyenne vraie	15,113 14,061 %	18,550 17,259 %	19,810 18,431 %	12,378 11,516 %
	Variance XS*–variance vraie relativement à la variance estimée	179,389 41,901 %	335,011 78,250 %	398,415 93,060 %	58,261 13,608,%
	Biais relativement à la moyenne vraie	0,589 0,548 %	0,139 0,129 %	2,824 2,627 %	0,155 0,145,%
	Coefficient de corrélation	0,792	0,742	0,725	0,835
	Entropie XS*–entropie vraie relativement à l'entropie vraie	0,2410 3,812 %	0,4031 6,377 %	0,4649 7,355 %	0,0823 1,301 %
Image XS2	Écart type des différences Relativement à la moyenne vraie	13,078 18,656 %	12,711 18,133 %	13,035 18,594 %	11,337 16,173 %
	Variance XS*–variance vraie relativement à la variance estimée	165,139 71,737 %	154,321 67,038 %	164,026 71,253 %	112,617 48,921 %
	Biais relativement à la moyenne vraie	0,714 1,019 %	0,095 0,135 %	1,677 2,392 %	0,356 0,507 %
	Coefficient de corrélation	0,755	0,763	0,756	0,793
	Entropie XS*–entropie vraie relativement à l'entropie vraie	0,3479 5,887 %	0,3279 5,549 %	0,3542 5,995 %	0,2517 4,259 %
Image XS3	Écart type des différences relativement à la moyenne vraie	13,481 13,969 %	14,207 14,721 %	19,841 20,559 %	9,136 9,466 %
	Variance XS–variance vraie* relativement à la variance estimée	126,723 55,633 %	147,236 64,638 %	348,704 153,085 %	23,436 10,289 %
	Biais relativement à la moyenne vraie	0,815 0,845 %	0,353 0,366 %	3,504 3,631 %	0,460 0,477
	Coefficient de corrélation	0,706	0,687	0,568	0,828
	Entropie XS*–entropie vraie relativement à l'entropie vraie	0,3469 5,885 %	0,3873 6,570 %	0,6882 11,673 %	0,0779 1,322 %



Figure 4



Figure 5



Figure 6



Figure 7



Figure 8



Figure 9



Figure 10

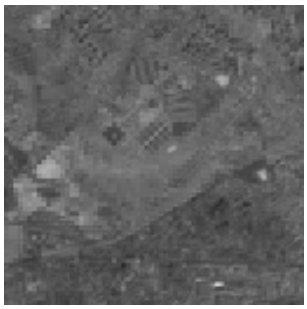


Figure 11

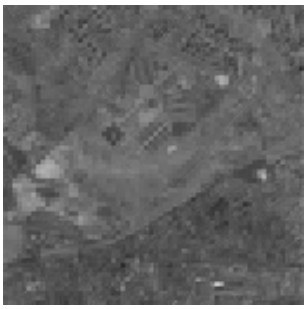


Figure 12

Échelle

FIGURE 4 Image originale XS1. *XS1 original image.*
FIGURE 5 Image synthétisée XS1 suivant la base de Haar. *Synthesised image XS1 with Haar basis.*
FIGURE 6 Image synthétisée XS1 suivant l'algorithme à trous. *Synthesised image XS1 with the « à trous » algorithm.*
FIGURE 7 Image originale XS2. *XS2 original image.*
FIGURE 8 Image synthétisée XS2 suivant la base de Haar. *Synthesised image XS2 with Haar basis.*
FIGURE 9 Image synthétisée XS2 suivant l'algorithme à trous. *Synthesised image XS2 with the « à trous » algorithm.*
FIGURE 10 Image originale XS3. *XS3 original image.*
FIGURE 11 Image synthétisée XS3 suivant la base de Haar. *Synthesised image XS3 with Haar basis.*
FIGURE 12 Image synthétisée XS3 suivant l'algorithme à trous. *Synthesised image XS3 with the « à trous » algorithm.*

TABLEAU 4 Calcul du paramètre RASE pour les méthodes. *RASE parameter calculation for the adopted methods.*

RASE	Algorithme de Haar	Algorithme à trous
Modèle 1	5,0126	4,9929
Modèle 2	4,9348	5,1462
Modèle 2 hybride	4,8903	5,2487
Modèle 3	4,8962	4,7302

7.3. Résultats

Une classification est opérée sur l'ensemble des images synthétisées de résolution de 10 m selon les quatre modèles (figures 14 à 21) pour l'algorithme de Mallat et l'algorithme à trous. Le degré du flou m vaut 2 et le seuil de convergence ξ est de 0,0001 où nous avons 6 thèmes. Les résultats des images classifiées (tableau 5) montrent une bonne caractérisation des structures dans les images synthétisées. Il est à noter que pour la méthode FCM, plusieurs paramètres interviennent dans la précision de la classification (choix du paramètre flou m, nombre de classes, seuil de convergence de la matrice). Les méthodes citées ont été programmées avec le logiciel Builder C^{++} version 3 sous environnement Windows. Une comparaison visuelle (figure 23) nous permet de conclure que les méthodes floues permettent une meilleure discrimination des classes.

8. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons pu synthétiser des images XS* de résolution de 10 m (non acquises par le capteur HRV) à partir des images XS de résolution de 20 m et panchromatique de résolution de 10 m, en utilisant les d'ondelettes et l'analyse multirésolution. La taille des images synthétisées est de 256×256 pixels. Par la suite, une classification automatique basée sur la logique floue a été effectuée sur l'ensemble des images synthétisées de résolution de 10 m selon les quatre modèles (figures 14 à 21) pour l'algorithme de Mallat et l'algorithme à trous. Une composition colorée est opérée sur les images obtenues par Mallat correspondant au modèle 3 (figure 24). Les images originales sont reéchantillonnées à 10 m pour une comparaison avec les images synthétisées classifiées par la méthode FCM (figure 22). La comparaison visuelle des méthodes permet de juger l'aspect spatial des images (thèmes et pourcentages des pixels dans les classes), mais pas l'aspect radiométrique. Pour rendre compte de cet aspect, nous avons eu recours au calcul de certains paramètres statistiques.

En ce qui concerne les perspectives d'application, les résultats pourront être améliorés par le choix d'un modèle plus adapté à l'image étudiée pour prendre en compte les spécificités de celles-ci et n'injecter que les détails propres à la bande spectrale de cette image. Une comparaison qualitative en utilisant le terrain aurait été plus efficace pour le calcul des matrices de confusion et la détermination du taux de classification. En plus, une étude basée sur la pyramide de Laplace (Burt and Adelson, 1983) peut compléter ces travaux où un rehaussement spatial et spectral est considéré avec un rapport de résolution spatial différent de 2 (deux).

CLASSES	THÈMES
1 (rouge)	Terrains nus argileux
2 (marron)	Tissu urbain et zone industrielle
3 (jaune)	Routes et stationnements
4 (vert)	Champs à végétation faible
5 (rose)	Sols nus à forte réflectance
6 (cyan)	Champs à végétation dense

FIGURE 13 Légende des figures 14 à 22. *Legend of figures 14 to 22.*

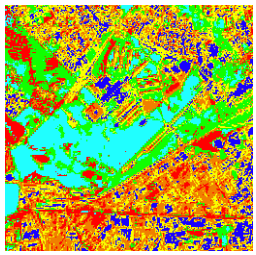


Figure 14

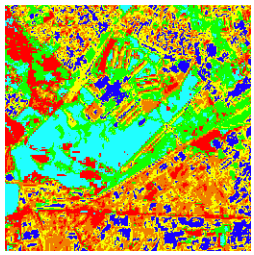


Figure 15

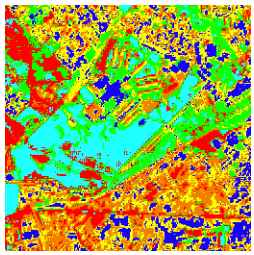


Figure 16

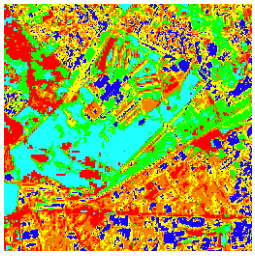


Figure 17

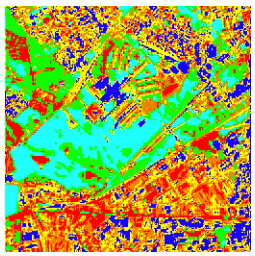


Figure 18

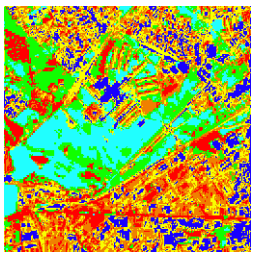


Figure 19

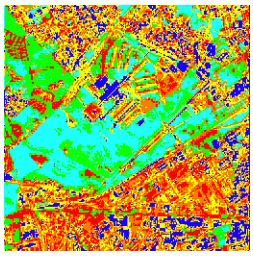


Figure 20

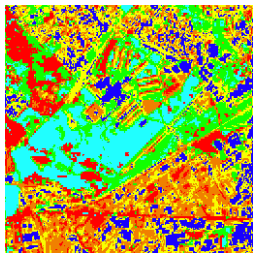


Figure 21

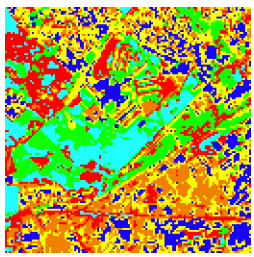


Figure 22



Figure 23

Échelle

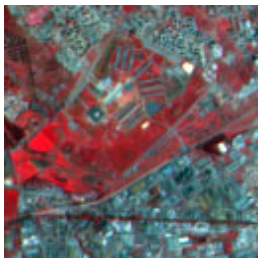


Figure 24

FIGURE 14 Image classifiée (Haar par le modèle 1). *Classified image (Haar by the model 1).*
FIGURE 15 Image classifiée (Haar par le modèle 2). *Classified image (Haar by the model 2).*
FIGURE 16 Image classifiée (Haar par le modèle 2*). *Classified image (Haar by the model 2*).*
FIGURE 17 Image classifiée (Haar par le modèle 3). *Classified image (Haar by the model 3).*
FIGURE 18 Image classifiée (à trous par le modèle 1). *Classified image (« à trous » algorithm by the model 1).*
FIGURE 19 Image classifiée (à trous par le modèle 2). *Classified image (« à trous » algorithm by the model 2).*
FIGURE 20 Image classifiée (à trous par le modèle 2*). *Classified image (« à trous » algorithm by the model 2*).*
FIGURE 21 Image classifiée (à trous par le modèle 3). *Classified image (« à trous » algorithm by the model 3).*
FIGURE 22 Classification par les images XS originales. *Classification of the original XS images.*
FIGURE 23 Photographie aérienne de la région d'étude. *Aerial photography of the studied region.*
FIGURE 24 Composition colorée opérée sur les images synthétisées (Mallat et modèle 3). *False color composite of the synthesised images (Mallat and model 3).*

TABLEAU 5 : Répartition des pixels par classes (images classifiées). *Distribution of pixels by classes (classified images*).

Thèmes / nombres de pixels par classes	C1	C2	C3	C4	C5	C6
Fig. 14	8,443	13,280	7,442	9,355	14,273	12,815
Fig. 15	9,095	12,881	7,643	8,991	14,260	12,666
Fig. 16	9,395	12,699	8,056	8,868	14,103	12,415
Fig. 17	9,616	12,287	7,587	9,266	13,861	12,919
Fig. 18	8,478	11,609	8,448	9,899	13,931	13,171
Fig. 19	8,469	11,426	8,323	9,757	13,986	13,575
Fig. 20	8,664	10,665	7,490	11,231	13,930	13,556
Fig. 21	8,996	12,786	8,361	8,828	14,400	12,165
Fig. 22	11,040	11,384	8,696	7,472	16,016	10,928

Références

Bloch, I. and Maitre, H. (1994) Fusion de données en traitement d'images. Modèles d'information et décisions, traitement du signal, vol. 11, n° 6, p. 435-446.

Bouchereau, E. B. (1997) Analyse d'images par transformées en ondelettes. Application aux images sismiques. Thèse de doctorat, université Joseph Fourier, Grenoble, 153 p.

Burt, P. and Adelson, E. (1983) The laplacian pyramid as a compact image code. IEEE Transactions on Communications, vol. com-31, n° 4, p. 532-540.

Cannon, R., Jitendra, V., and Bezdek, J. (1986) Efficient Implémentation of the Fuzzy C-Means Clustering Algorithms. IEEE transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. PAMI-8, n° 2, p. 248-255.

Daubechies, I. (1992) Orthonormal bases of compactly supported wavelets. Communications on Pure and Applied Mathematics, vol. XLI, p. 909-996.

Garguet-Dupont, B. (1996) The use of multiresolution analysis and wavelets transform for merging SPOT panchromatic and multispectral image data. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, vol. 62, n° 9, p. 1057-1066.

Lebart, L., Morineau, A. et Fenelon, J.-P. (1979) Traitement des données statistiques, méthodes et programmes. Éditions Bordas, Paris, p. 512.

Lorette, A. (1999) Analyse de texture par méthodes markoviennes et par morphologie mathématique : Application à l'analyse des zones urbaines sur des images satellitaires. Thèse de doctorat, université de Nice, Sophia-Antipolis, 164 p.

Mallat, S. G. (1989) A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 11, n° 7, p. 674-693.

Meyer, Y. (1992) Wavelets and operators. Cambridge University Press, Hardback, 223 p.

Ouarab, N., Achir, M., Khettal, N. and Smara, Y. (2001) Spatial Enhancement of Satellite Images Using Data Fusion Algorithms in the Wavelet Domain. Proceedings of IEEE/ISPRS Joint Workshop On Remote Sensing And Data Fusion Over Urban Areas, Rome, 8-9 novembre, p. 293-298.

Pohl, C. and Genderen, J. L. V. (1998) Multisensor image fusion in remote sensing : Concepts, methods and applications. International Journal of Remote Sensing, vol. 19, n° 5, p. 823-854.

Ranchin, T. (1993) Applications de la transformée en ondelettes et de l'analyse multirésolution au traitement des images de télédétection. Thèse de doctorat, université de Nice Sophia, Antipolis, 110 p.

Ranchin, T. and Wald, L. (2000) Fusion of high spatial and spectral resolution images : The ARSIS concept and its implementation. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, vol. 66, p. 49-61.

Rockinger, O. and Benz, D. (1996) Pixel-level fusion of image sequences using wavelet frames. Proceedings of the 16th Leeds Applied Shape Research workshop, Leeds University Press, p. 106-111.

Truchetet, F. (1998) Ondelettes pour le signal numérique. Éditions Hermes, Paris, 160 p.

Wald, L. (1999) Data fusion. Lectures notes, École des mines de Paris, Centre d'Énergétique, Groupe télédetection et modélisation, Paris, p. 28.

Wang, F. (1990) Fuzzy Supervised Classification of Remote Sensing Images. IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing. vol. 28, n° 2, p. 194-201.